

מבוא לגלים

פרק 2 - מודים עצמיים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

הרצאות ותרגילים – מערכת של שתי מסות

שאלות

1) מסה מחוברת למסה שמחוברת לתקרה

מסה m מחוברת לתקרה באמצעות קפיץ אנכי בעל קבוע $2k$. מסה m נוספת מחוברת למסה הראשונה באמצעות קפיץ אנכי נוסף בעל קבוע k . המסות זזות רק בציר האנכי.

א. הסבירו מדוע ניתן להתעלם מכוח הכובד בבעיה זאת, כאשר אנו באים למצוא את התדירויות העצמיות ואת אופני התנודה.

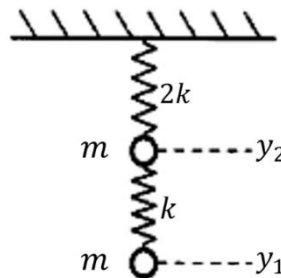
ב. כתבו את מערכת המשוואות בצורה מטריציאלית ומצאו את התדירויות העצמיות.

ג. מצאו את אופני התנודה, ותארו אותם.

ד. בזמן $t = 0$ נותנים מכה קטנה למסה התחתונה, כך שהיא מקבלת מהירות התחלתית v_0 .

מצאו את תנועת המסות כתלות בזמן.

רמז: במקרה זה יהיה יותר פשוט לפרוש את תנאי ההתחלה כאשר הפתרון רשום באמצעות סכום של סינוסים וקוסינוסים.



תשובות סופיות

1) א. כוח הכובד הוא כוח קבוע. כוחות קבועים מתבטלים על ידי תוספת קבועה של מתיחה לקפיץ. לכן, כוחות קבועים משנים רק את נקודת שיווי המשקל ואינם משפיעים על התדירויות או על אופני התנודה.

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2.41 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.41 \end{pmatrix}. \quad \text{ג.} \quad w_{1,2} = \pm \sqrt{2 + \sqrt{2}} w_0, \quad w_{3,4} = \pm \sqrt{2 - \sqrt{2}} w_0. \quad \text{ב.}$$

$$\begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.63 \\ -1.52 \end{pmatrix} \cdot \frac{v_0}{w_0} \sin(\sqrt{2 + \sqrt{2}} w_0 t) + \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.37 \end{pmatrix} \cdot \frac{v_0}{w_0} \sin(\sqrt{2 - \sqrt{2}} w_0 t). \quad \text{ד.}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$